

Soluciones de la Práctica 3

- Puntos de la recta $y = -x$ (mínimos).
 - $(0, 0)$ (punto de silla).
 - Puntos de la forma $((-1)^{k+1}, k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$ (puntos de silla).
 - $(0, 0)$ (mínimo), $(0, 1)$ (máximo), $(0, -1)$ (máximo), $(1, 0)$ (punto de silla), $(-1, 0)$ (punto de silla).
 - $(1, 0)$ (mínimo), $(-1, 0)$ (máximo).
 - $(0, 0, 0)$ (máximo).
 - $(1/2, 1, 1)$ (mínimo), $(-1/2, -1, -1)$ (máximo)
- El mínimo absoluto se alcanza en el punto $(-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}})$, y vale $-3\sqrt{\frac{2}{3}} = -\sqrt{6}$. El máximo absoluto se alcanza en el punto $(\sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}})$, y vale $3\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{6}$. (b) El máximo absoluto se alcanza en $(\sqrt{3}, 0)$ y vale $\sqrt{3}$; el mínimo absoluto se alcanza en $(-\sqrt{3}, 0)$ y vale $-\sqrt{3}$.
- El mínimo absoluto es 1, y se alcanza simultáneamente en los puntos $P_1 = (\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2, 0)$ y $P_2 = (-\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, 0)$. El máximo absoluto vale 2, y se alcanza simultáneamente en los puntos $P_3 = (\sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3, 2\sqrt{3}/3)$ y $P_4 = (-\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3, -2\sqrt{3}/3)$.
- Máximo cuando $x = y = z = S/3$.
- Si las dimensiones de la caja son $2x, 2y, 2z$ (donde (x, y, z) son las coordenadas del vértice de la caja que se apoya sobre el elipsoide en el primer octante), entonces $x = \sqrt{3}a/3$, $y = \sqrt{3}b/3$, $z = \sqrt{3}c/3$.
- $x = y = z = \sqrt[3]{a}$.
- 1.
- El punto buscado es $(2, 1, 3)$.
- $P_1 = (0, 2/3)$, mínimo; $P_2 = (0, -2)$, punto de silla. (b) El mínimo absoluto es -9 , y se alcanza en el punto $P_3 = (0, 1)$, el máximo absoluto es -3 , y se alcanza en $P_4(0, -1)$. (c) De P_1, P_2, P_3, P_4 , sólo P_1, P_3, P_4 están en M ; como $f(P_1) = -256/27$, $f(P_3) = -9$ y $f(P_4) = -3$, el máximo absoluto en M es -3 y se alcanza en P_4 , y el mínimo absoluto es $-256/27$ y se alcanza en P_1 .

10. El máximo absoluto es $3/2$ y se alcanza en $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ y $(-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$.
El mínimo absoluto es 0 , y se alcanza en $(0, 0)$.
11. El máximo absoluto es 2 (se alcanza en $(\pi/2, 0)$ y $(\pi/2, 2\pi)$), y el mínimo, -2 (se alcanza en $(3\pi/2, \pi)$).
12. El máximo absoluto es 1 (se alcanza en $(1, 1)$ y $(-1, -1)$), y el mínimo, -1 (se alcanza en $(1, -1)$ y $(-1, 1)$).
13. El máximo absoluto es $105/8$, y se alcanza en $(-3/4, 9/16)$; el mínimo absoluto es -2 , y se alcanza en $(2, 4)$.
14. Basta minimizar $f(x, y, z) = 2xy + 2xz + 2yz$ sujeta a la condición $xyz - V = 0$ (donde V se supone conocido).
15. $r = 1/\sqrt[3]{2\pi}$, $h = 2/\sqrt[3]{2\pi}$.
16. El máximo absoluto de temperatura se alcanza a la vez en los puntos $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ y $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$, que pueden considerarse los puntos más calientes. El mínimo de temperaturas se alcanza en el punto $(0, \frac{1}{2})$.
17. Hay que maximizar la función $f(x, y, z) = xyz$, donde x, y, z están sujetas a la condición $6x + 4y + 3z - 24 = 0$. Las dimensiones de la caja de volumen máximo son $x = 4/3$, $y = 2$, $z = 8/3$, y el volumen máximo es $64/9$.
18. Hay que minimizar la función $f(x, y, z) = (x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2$, donde x, y, z están sometidas a las restricciones $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$, $x + y + z - 1 = 0$. El punto más lejano al punto $(-1, 0, 1)$ es el punto $(\frac{1+\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1-\sqrt{3}}{3})$. El punto más cercano es $(\frac{1-\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1+\sqrt{3}}{3})$.
19. Hay que minimizar $f(x, y) = 2px + 2qy$, donde x, y están sujetas a la restricción $xy - A = 0$. Las dimensiones pedidas son $x = \sqrt{\frac{Aq}{p}}$,
 $y = \sqrt{\frac{Ap}{q}}$.