

Soluciones de la Práctica 1

Proporcionamos las soluciones a los problemas numéricos y algunas indicaciones en otro tipo de ejercicios.

1. (a) Circunferencia de centro $C(2,0)$ y radio 2. (b) Circunferencia de centro $C(1,-2)$, y radio $\sqrt{5}$. (c) Elipse de centro $(0,0)$, y semiejes $a = 1/2$, $b = 1/3$ (con ejes paralelos a los coordenados) (d) Hipérbola de centro $(0,0)$, cuyo eje mayor es el eje y .
2. (a) Interior de la circunferencia de centro $C(2,0)$ y radio 2, junto con su borde (la propia circunferencia). (b) Zona comprendida entre las dos ramas de la hipérbola $xy = 4$ (sin incluir a ésta). (c) Exterior de la elipse de centro $(0,0)$, y semiejes $a = 1/2$, $b = 1/3$ (con ejes paralelos a los coordenados), incluyendo la propia elipse. (d) Zona “interior” de la parábola $y^2 = x$ (es decir, la que contiene el semieje de x 's positivas), junto con la propia parábola.
3. (*Describimos simplemente el conjunto A, para algunos apartados*) (d) Recta. La propia recta es la frontera y el conjunto es cerrado. (e) Interior de la elipse $x^2 + 3y^2 = 2$, incluida la frontera (i.e. la propia elipse). (f) Interior de la elipse $x^2 + 3y^2 = 2$, sin incluir la frontera, conjunto abierto. (g) Hipérbola $x^2 - 3y^2 = 2$. La propia curva es la frontera y el conjunto es cerrado. (h) Zona por encima de la parábola $y = x^2$ (frontera) (es decir, la que contiene el semieje de y 's positivas), conjunto abierto.
4. (a) Semiplano por encima de la recta $y = -x$ (sin incluir la recta, conjunto abierto). (b) Todo el plano, salvo la recta $y = x$ (abierto). (c) Interior de la circunferencia de centro $(0,0)$ y radio 2 (incluida la circunferencia, cerrado). (d) Semiplano por debajo de la recta $2x+3y = 6$ (incluida la recta, cerrado). (e) Todo el plano, salvo la circunferencia de centro $(0,0)$ y radio 2 (abierto). (f) Es el semiplano a la derecha del eje y , excluyendo los puntos del eje x , e incluyendo los puntos del eje y salvo el origen. Este conjunto no es abierto ni cerrado. (g) Zona comprendida entre las dos ramas de la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$ (incluidas éstas, cerrado). (h) Exterior de la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$ incluyendo ésta, exceptuando los puntos del eje y , el conjunto no es abierto ni cerrado.

5. (a) $\text{dom}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 4\}$, $\text{Im}(f) = [0, \infty)$. (b) $\text{dom}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$, $\text{Im}(f) = [0, 2]$. (c) $\text{dom}(f) = \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$, $\text{Im}(f) = [0, 1]$. (d) $\text{dom}(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy < 1\}$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$.
6. Las curvas de nivel son cortes con planos $z = c$ (con c constante). (a) Si $c > 0$, circunferencias de centro $(0, 0)$ y radio \sqrt{c} ; si $c = 0$, el punto $(0, 0)$; si $c < 0$, vacías. (b) Hipérbolas equiláteras $y = \frac{c}{4x}$, salvo $c = 0$ (la unión de los ejes x e y); según el signo de c las ramas de la hipérbola se extienden por el primer y tercer cuadrante (si $c > 0$ hipérbolas de eje horizontal) o por el segundo y cuarto (si $c < 0$ hipérbolas de eje vertical). (c) Si $c > 0$, elipses de centro $(0, 0)$; si $c = 0$, el punto $(0, 0)$; si $c < 0$, vacías. (d) Elipses, para todo valor de c . (e) Parábolas. (f) Rectas. (g) Hipérbolas salvo $c = 0$ (el conjunto formado por las rectas $y = x$, $y = -x$). (h) Rectas, para todo valor de c : si $c \neq -1$, $y = \frac{c-1}{c+1}x$, si $c = -1$, $x = 0$.
7. (a) Paraboloide con vértice $(0, 0, 1)$. (b) Semicono de vértice $(0, 0, 0)$. (c) Paraboloide de vértice $(0, 0, 5)$ (que “mira” hacia abajo). (d) Semiesfera de centro el origen y radio 2. (e) Cilindro parabólico. (f) Plano. (g) Paraboloide hiperbólico. (h) Paraboloide elíptico.
8. a) Plano XY : circunferencia de radio 2 con centro en $(0, 0)$. Planos XZ e YZ : hipérbolas (sólo la parte de las curvas con $z \geq 0$)
 b) Circunferencia de radio $\sqrt{5}$ con centro en $(0, 0)$.
 c) Hiperboloide circular de una hoja (la mitad superior $z \geq 0$).
 d) La curva está formada por la unión de dos semirectas definidas por $y = 2$ y $z = |x|$.
9. (a) Elipsoide de semiejes $a = 2\sqrt{3}$, $b = \sqrt{3}$ y $c = \sqrt{3/4}$. (b) Paraboloide hiperbólico. (c) Cilindro elíptico de eje Z . (d) Hiperboloide de dos hojas. (e) Esfera con centro en $(1, 0, -1)$ y radio 3. (f) Cilindro hiperbólico (eje Z). (g) Paraboloide elíptico de eje X . (h) Cilindro (horizontal en la dirección del eje Y). (i) Cilindro parabólico. (j) Hiperboloide de dos hojas de eje Z . (k) Cono, eje Y .
10. (a) 4. (b) $1/2$. (c) 1.
11. (a) Continua en \mathbb{R}^2 . (b) Continua en \mathbb{R}^2 . (c) Continua en todo el plano salvo en la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$. (d) Continua en todo el plano salvo las rectas $x = 1$ y $x = -1$.
12. (a) 0 (para todo valor de m). (b) $2/7$. (c) No.