

ÁLGEBRA LINEAL

Hoja de problemas 5

Resolución de ecuaciones diferenciales lineales

1. Resolver el problema de valor inicial

$$\begin{aligned}u' &= Au \\ u(0) &= (1, 1, 1)^T,\end{aligned}$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Resolver el siguiente problema de valor inicial, en el que la condición inicial viene dada en $t = 1$:

$$\begin{aligned}u' &= Au \\ u(1) &= (8e^4 - 5e, 5e)^T,\end{aligned}$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Resolver el siguiente problema de valor inicial para una ecuación de segundo orden no homogénea:

$$\begin{aligned}y''(t) - y'(t) - 2y(t) &= e^t, \\ y(0) = 1, \quad y'(0) &= 3.\end{aligned}$$

4. Resolver el problema de valor inicial no homogéneo:

$$\begin{aligned}u' &= Au + B(t) \\ u(0) &= (1, 1)^T,\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}A &= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \\ B(t) &= \begin{pmatrix} 3e^{2t} \\ 4e^{2t} \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

5. Resolver el problema de valor inicial homogéneo:

$$u' = Au$$
$$u(0) = (1, 1)^T,$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Resolver el problema de valor inicial homogéneo

$$u' = Au$$
$$u(0) = (500, 100)^T,$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

7. Resolver el problema de valor inicial

$$u' = Au$$
$$u(0) = (-1, -2, -30)^T,$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. Resolver el problema de valor inicial

$$u' = Au$$
$$u(0) = (1, 0, 0)^T,$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

9. Resolver el problema de valor inicial

$$u' = Au$$
$$u(0) = (2, 2)^T,$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

10. Resolver el problema de valor inicial

$$u' = Au$$
$$u(0) = (1, 2)^T,$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

11. Resolver el problema de valor inicial no homogéneo

$$u' = Au + B(t)$$
$$u(0) = (1, 1)^T,$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix},$$
$$B(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

12. Resolver el problema de valor inicial no homogéneo

$$u' = Au + B(t)$$
$$u(0) = (7, 9)^T,$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$B(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}.$$

13. Resolver el siguiente problema de valor inicial para una ecuación de tercer orden homogénea:

$$y'''(t) - 2y''(t) - y'(t) + 2y(t) = 0,$$
$$y(0) = 3, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 6.$$